

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

по «МЕТОДАМ ВЫЧИСЛЕНИЙ»

для студентов 4 курса заочной формы обучения на 2018/19 уч.год

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Тема 1 ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ

Задание 1.1. Для функции заданной таблично построить интерполяционный полином Лагранжа в виде

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)} \quad (1.1)$$

и получить многочлен

$$L_4(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0. \quad (1.2)$$

Вычислить значение многочлена в точке C , где $x_1 < C < x_2$. Выполнить проверку, вычислив значение многочлена в точке C по формулам (1.1) и (1.2).

Построить таблицу исходных данных, исходя из следующих зависимостей:

$$y_i = x_i^4 \cos(3x) + kx_i^2 + k - \frac{g-k}{g+k}, \quad i = \overline{0,4},$$

где k – номер варианта, исходя из списка по журналу, g – номер года, $x_0 = \frac{3}{k}$; $x_1 = x_0 + 0.1$; $x_2 = x_0 + 0.2$; $x_3 = x_0 + 0.25$, $x_4 = x_0 + 0.3$.

i	0	1	2	3	4
x_i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
y_i	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4

Таблицу заполнить с точностью до трех знаков после запятой.

Задание 1.2. Используя первую интерполяционную формулу Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполяции вычислить значение функции заданной таблично в точке $x = C$. Таблицу данных взять из задания 1.1. Для нечетных вариантов $x_0 < C < x_1$.

Задание 1.3. Используя вторую интерполяционную формулу Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполяции вычислить значение функции заданной таблично в точке $x = C$. Таблицу данных взять из задания 1.1. Для четных вариантов $x_3 < C < x_4$.

Задание 1.4. Используя первую интерполяционную формулу Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции вычислить значение функции заданной таблично в точке $x = C$. Для четных вариантов $x_0 < C < x_1$. Оценить погрешность интерполяционной формулы.

Построить таблицу данных функции

$$y_i = 2x_i^3 \cos(5x) - x_i^2 + 3x_i + k - \frac{g-k}{g+k}, \quad i = \overline{0,4},$$

где k – номер варианта, g – номер года. $x_0 = \frac{k}{6} + \frac{g-k}{g+k}$; $x_i = x_0 + ih$, $h = 0.2$, $i = \overline{1,4}$;

Задание 1.5. Используя вторую интерполяционную формулу Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции вычислить значение функции заданной таблично в точке $x = C$. Для нечетных вариантов $x_3 < C < x_4$. Оценить погрешность интерполяционной формулы.

Построить таблицу данных функции

$$y_i = 2x_i^3 \sin(5x) - x_i^2 + 3x_i + k - \frac{g-k}{g+k}, \quad i = \overline{0,4},$$

где k – номер варианта, g – номер года.

$$x_0 = \frac{k}{5} + \frac{g-k}{g+k}; \quad x_i = x_0 + ih, \quad h = 0.2, \quad i = \overline{1,4};$$

Задание 1.6. Используя первую или вторую формулу Ньютона для равноотстоящих узлов интерполяции вычислить значения первой и второй производных в точке C . Данные взять из задания 1.4 или 1.5.

Задание 1.7. Используя точечный метод наименьших квадратов построить аппроксимирующий полином второго порядка $P_2(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2$ для функции заданной таблично. Проверить правильность решения системы уравнений, полученной в результате выполнения задания. Данные взять из задания 1.4 или 1.5.

Задание 1.8. Используя интегральный метод наименьших квадратов построить полином 3-го порядка $P_3(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3$ для функции заданной аналитически

$$y_i = x_i^3 \sin(kx) - x_i^2 + x_i + k - \frac{g-k}{g+k},$$

где k – номер варианта, g – номер года, на отрезке $[1,2]$.

Тема 2 КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ

Задание 2.1. Используя квадратурную формулу трапеций вычислить определенный интеграл при $n=4$. Оценить погрешность результата

$$\int_a^b \frac{13k \cos(x) dx}{\sqrt{kx^2 + g}}; \quad a = 0, \quad b = 2,$$

где k – номер варианта, g – номер года.

Задание 2.2. Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 0.001$.

Задание 2.3. Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по квадратурной формуле Симпсона при $n=8$. Оценить погрешность результата.

Задание 2.4. Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по квадратурной формуле Гаусса для $n = 4$.

Задание 2.5. Вычислить определенный интеграл из задания 2.1 по квадратурной формуле трапеций при $n_1 = 4$, $n_2 = 8$ и уточнить его по экстраполяционной формуле Ричардсона.

Тема 3 РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Задание 3.1. Отделить корни уравнения графически. Построить соответствующие графики. Применить правило Декарта и теорему Штурма.

Задание 3.2. Отделить корни уравнения аналитически. Построить соответствующие графики. Применить правило Декарта и теорему Штурма.

Варианты заданий:

1. $2x^3 - 3x^2 - 12x - 5 = 0$

16. $2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 = 0$

2. $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$

3. $x^3 + 3x^2 - 24x - 10 = 0$

4. $2x^3 + 9x^2 - 21 = 0$

5. $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$

6. $x^3 + 3x^2 - 24x + 10 = 0$

7. $2x^3 + 9x^2 - 10 = 0$

8. $x^3 + 3x^2 - 3 = 0$

9. $2x^3 - 3x^2 - 24x - 5 = 0$

10. $x^3 - 12x - 5 = 0$

11. $2x^3 - 3x^2 - 12x + 12 = 0$

12. $x^3 + 3x^2 - 24x - 3 = 0$

13. $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$

14. $x^3 - 12x^2 + 6 = 0$

15. $2x^3 - 12x + 10 = 0$

17. $x^3 - 3x^2 - 24x - 5 = 0$

18. $x^3 - 4x^2 + 2 = 0$

19. $x^3 - 12x - 5 = 0$

20. $x^3 + 3x^2 - 24x + 1 = 0$

21. $2x^3 - 3x^2 - 12x + 12 = 0$

22. $2x^3 + 9x^2 - 6 = 0$

23. $x^3 - 3x^2 + 1.5 = 0$

24. $x^3 - 3x^2 - 24x + 10 = 0$

25. $2x^3 + 3x^2 - 24x - 3 = 0$

26. $x^3 - 12x - 10 = 0$

27. $2x^3 + 9x^2 - 4 = 0$

28. $2x^3 - 3x^2 - 12x + 8 = 0$

29. $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$

30. $x^3 - 3x^2 + 3.5 = 0$

Задание 3.3. Один из корней, отделенных в задании 3.1, уточнить методом простой итерации с заданной точностью $\varepsilon = 0.001$.

Задание 3.4. Один из корней, отделенных в задании 3.1, уточнить методом хорд с заданной точностью $\varepsilon = 0.001$.

Задание 3.5. Один из корней, отделенных в задании 3.1, уточнить методом Ньютона с заданной точностью $\varepsilon = 0.001$.

Провести графическую иллюстрацию и сравнительную характеристику примененных методов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Березин, И.С. Методы вычислений: в 2 т. Т.1. / И.С.Березин, Н.П.Жидков. – М.: Наука, 1966. – 630с.
- 2 Демидович, Б.П. Численные метода анализа / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – М.: Наука, 1967. – 368с.
- 3 Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – М.: Наука, 1970. – 664с.
- 4 Крылов, В.И. Вычислительные методы: в 2 т. Т.1. / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – М.: Наука, 1976. – 304с.
- 5 Крылов, В.И. Вычислительные методы: в 2 т. Т.2. / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. – М.: Наука, 1977. – 400с.
- 6 Сборник задач по методам вычислений / под ред. П.И. Монастырного. – Мн.: БГУ, 1983. – 287с.
- 7 Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512с.
- 8 Воробьева, Г.Н. Практикум по вычислительной математике / Г.Н. Воробьева, А.Н. Данилова. – М.: Высш. школа, 1990. – 208с.
- 9 Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. – М.: Высш. школа, 2000. – 230с.
- 10 Бахвалов, Н.С. Численные методы : учеб. Пособие для физ.-мат. специальностей вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; под общ. ред. Н.И. Тихонова. – 2-е изд. – М.: Физмалит: Лаб. базовых данных; СПб.: Нев.диалект, 2002. – 630с.
- 11 Численные методы: лабораторный практикум. Ч.1 / С.И. Голик [и др.]. М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф.Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2001. – 60с.
- 12 Березовская, Е.М. Методы численного анализа : тексты лекций для студентов вузов специальности 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика»: в 2 ч. Ч.1. Интерполяция и интегрирование / Е.М. Березовская; М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2007. – 131с.
- 13 Березовская, Е.М. Методы вычислений : тексты лекций для студентов вузов специальности 1-31 03 01-02 «Математика (научно-педагогическая деятельность)»: в 2 ч. Ч.1. Интерполирование и нелинейные уравнения / Е. М. Березовская, М. И. Жадан; М-во образования РБ, Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины, 2010. – 80с.